

राजस्थान बोर्ड परीक्षा 2019-20

10वीं कक्षा

गणित

मॉडल पेपर 7

समय : 3¼ घंटे

(पूर्णांक : 80)

परीक्षार्थियों के लिए सामान्य निर्देश-

1. सभी प्रश्न करने अनिवार्य हैं।
- 2.

भाग	प्रश्न संख्या	अंक प्रत्येक प्रश्न
अ	1-10	1
ब	11-15	2
स	16-25	3
द	26-30	6

3. प्रश्न क्रमांक 27 व 29 में आन्तरिक विकल्प हैं।
4. प्रश्न क्रमांक 26 का लेखाचित्र ग्राफ पेपर पर बनाइए।

भाग-अ

1. सूत्र एकाधिकेन पूर्वेण का प्रयोग करते हुए $11\frac{1}{6} \times 11\frac{5}{6}$ का मान ज्ञात कीजिए। 1

उत्तर :

यहाँ भिन्न संख्या का योग $1(\frac{1}{6} + \frac{5}{6})$ है तथा शेष निखिलम् अंक समान (11) है।

अतः सूत्र एकाधिकेन पूर्वेण का प्रयोग करने पर,

$$\begin{aligned} 11\frac{1}{6} \times 11\frac{5}{6} &= 11 \times (11 + 1) / \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} \\ &= 11 \times 12 / \frac{5}{36} = 132 / \frac{5}{36} \\ &= 132 \frac{5}{36} \end{aligned}$$

2. सूत्र परावर्त्य योजयेत् द्वारा समीकरण $\frac{1}{x+1} - \frac{2}{x-1} = 0$. 1

उत्तर :

हम जानते हैं कि यदि

$$\begin{aligned} \frac{m}{x+a} + \frac{n}{x+b} &= 0 \text{ हो तो} \\ x &= -\frac{mb+na}{m+n} \end{aligned}$$

अतः $\frac{1}{x+1} - \frac{2}{x-1} = 0$

बीजीय सूत्र द्वारा, $x = -\frac{1 \times 1 + (-2) \times (-1)}{1 + (-2)}$
 $= -\frac{1+2}{1-2} = 3$

3. 3825 संख्या के अभाज्य गुणनखण्डों की घातों का योगफल लिखिए। 1

उत्तर :

3	3825
3	1275
5	425
5	85
17	17
	1

$$\begin{aligned} 3825 &= 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 17 \\ &= 3^2 \times 5^2 \times 17 \end{aligned}$$

अतः घातों का योग = 2 + 2 + 1 = 5 होगा।

4. यदि $\tan A = \cot B$, तो सिद्ध कीजिए कि $A + B = 90^\circ$ है। 1

उत्तर :

प्रदत्त

$$\tan A = \cot B$$

$$\Rightarrow \tan A = \tan(90^\circ - B)$$

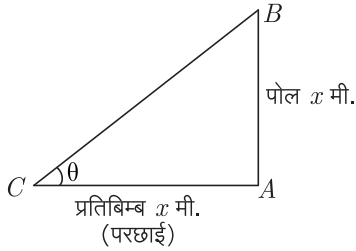
$$[\because \tan(90^\circ - \theta) = \cot \theta]$$

$$\Rightarrow A = 90^\circ - B$$

$$\Rightarrow A + B = 90^\circ$$

5. एक पोल जितना ऊँचा है उतनी ही उसके प्रतिबिम्ब की लम्बाई है। प्रतिबिम्ब के सिरे का उन्नयन कोण है- 1

उत्तर :



चित्रानुसार AB पोल तथा AC उसकी परछाई (प्रतिबिम्ब) है। माना उन्नयन कोण θ है।

अब $\tan \theta = \frac{x}{x} = 1 = \tan 45^\circ$

अतः $\theta = 45^\circ$

6. दो बिन्दुओं में से होकर गुजरने वाले वृत्तों के केन्द्रों का बिन्दुपथ लिखिये। 1

उत्तर :

दोनों बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखा का लम्ब-अर्द्धक बिन्दुपथ होगा।

7. यदि व्यास 10 सेमी. तथा व्यास 8 सेमी. वाले दो वृत्त एक-दूसरे को बाह्यस्पर्श करते हैं, तो उनके केन्द्रों के बीच की दूरी ज्ञात करो। 1

उत्तर :

यदि दो वृत्त एक-दूसरे को बाह्यस्पर्श करते हैं, तो उनके केन्द्रों के बीच की दूरी उनकी त्रिज्याओं के योग के बराबर होती है।

\therefore उनके केन्द्रों के बीच की दूरी $= 5 + 4 = 9$ सेमी.

8. एक थैले में एक सफेद गेंद, एक काली गेंद तथा एक लाल गेंद एक ही आकार की हैं। सविता बिना थैले के अन्दर झाँके, इसमें से एक गेंद निकालती है। इसकी क्या प्रायिकता होगी कि वह लाल गेंद होगी? 1

उत्तर :

सविता द्वारा गेंद निकालने के कुल सम्भव परिणाम $= 3$

लाल गेंद के निकलने की अनुकूल घटना $= 1$

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{1}{3}$

9. यातायात संकेतों में लाल बत्ती की कौसी ज्यामिती आकृति होती है? 1

उत्तर :

अष्टभुज।

10. किसी नगर में टैक्सी का किराया पहले किलोमीटर का 9 रुपये, उसके

बाद के लिए 6 रुपये है। यदि तय की गई दूरी x किमी. और किराया y रुपये है तो इसे समीकरण के रूप में व्यक्त कीजिए। 1

उत्तर :

पहले किलोमीटर का किराया $= 9$ रुपये

अगले किलोमीटर के लिए किराया $= 6$ रुपये

कुल दूरी $= x$ किमी.

और कुल किराया $= y$ रुपये

प्रश्नानुसार,

$$y = 9 \times 1 + 6(x - 1)$$

$$y = 9 + 6x - 6$$

$$y = 6x + 3$$

$$\Rightarrow 6x - y + 3 = 0$$

भाग-ब

11. भाग विधि से संख्या 59049 का वर्गमूल ज्ञात कीजिए। 2

उत्तर :

भाग विधि से-

	2 4 3
2	5 90 49
$\times 2$	-4
4 4	190
4	-176
4 8 3	1449
$\times 3$	1449
	\times

अतः $\sqrt{59049} = 243$

12. दो संख्याओं का ल.स. 42 और म.स. 7 है। यदि इन संख्याओं का अन्तर 7 हो, तो छोटी संख्या बतावें। 2

उत्तर :

माना कि बड़ी संख्या $= x$ है।

\therefore छोटी संख्या $= x - 7$

$\therefore 42 \times 7 = x(x - 7),$

$\Rightarrow 294 = x^2 - 7x$

$\Rightarrow x^2 - 7x - 294 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 21x + 14x - 294 = 0$

$\therefore x = 21,$ अतः बड़ी संख्या $= 21$

\therefore छोटी संख्या $= 21 - 7 = 14$

13. उस वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए जिसका क्षेत्रफल 616 वर्ग सेमी. है। 2

उत्तर :

वृत्त का क्षेत्रफल $= \pi r^2$

वृत्त का क्षेत्रफल $= 616$ सेमी.

सभी गुरुजनों से निवेदन है कि RBSE के सॉल्वड मॉडल पेपर प्राप्त करने के लिए 9460377092 पर सिर्फ TEACHER शब्द व्हाट्सएप करें।
आपसे संपर्क कर आपको विशेष रूप से मॉडल पेपर भेजे जाएंगे।

प्रश्नानुसार, $\frac{22}{7} \times r^2 = 616$

$$r^2 = \frac{616 \times 7}{22}$$

$$r^2 = 28 \times 7$$

$$r = \sqrt{28 \times 7}$$

$$r = 14$$

भाग-स

14. एक बेलन का आयतन 30π सेमी.³ है तथा आधार का क्षेत्रफल 6π सेमी.² है। बेलन की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। 2

उत्तर :

दिया है: बेलन का आयतन = 30π सेमी³

आधार का क्षेत्रफल = 6π सेमी²

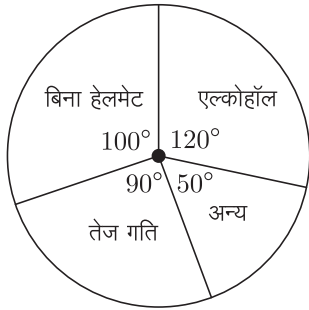
\therefore बेलन का आयतन = आधार का क्षेत्रफल \times ऊँचाई

$\Rightarrow 30\pi = 6\pi \times$ ऊँचाई

\Rightarrow ऊँचाई = $\frac{30\pi}{6\pi} = 5$ सेमी.

अतः बेलन की ऊँचाई = 5 सेमी.

15. दिये गये पाई चार्ट (वृत्त चित्र) में वर्ष 2014 में किसी शहर में सड़क में सड़क दुर्घटना में विभिन्न कारणों से मरने वाले व्यक्तियों की संख्या को डिग्री में व्यक्त किया गया है। यदि उस वर्ष कुल 10800 व्यक्तियों की सड़क दुर्घटना में मृत्यु हुई हो तो निम्न प्रश्नों का उत्तर दीजिये।



- एल्कोहॉल सेवन के कारण मरने वाले व्यक्तियों की संख्या कितनी है?
- तेज गति से वाहन चलाने से मरने वाले व्यक्तियों की संख्या कितनी है? $(1+1=2)$

उत्तर :

- सड़क दुर्घटना में मरने वाले व्यक्तियों की कुल संख्या = 10,800
एल्कोहॉल का सेवन कर वाहन चलाने पर मरने वाले व्यक्तियों का डिग्री में माप = 120° .

अतः उनकी संख्या = $\frac{10,800}{360} \times 120 = 30 \times 120$

- तेज गति से वाहन चलाकर मरने वाले व्यक्तियों का डिग्री में माप = 90° .

अतः उनकी संख्या = $30 \times 90 = 270$

16. एक भिन्न का अंश उसके हर से 3 कम है। यदि भिन्न के हर में एक जोड़ दिया जाए, तो भिन्न का मान $\frac{1}{15}$ कम हो जाता है। भिन्न ज्ञात कीजिए। 3

उत्तर :

माना कि भिन्न का हर x है, अतः भिन्न का अंश $(x-3)$ होगा।

\therefore भिन्न = $\frac{x-3}{x}$

यदि भिन्न के हर में एक जोड़ दिया जाए, तो भिन्न $\frac{1}{15}$ कम हो जाता है।

$\therefore \frac{x-3}{x+1} = \frac{x-3}{x} - \frac{1}{15}$

$\Rightarrow \frac{x-3}{x+1} = \frac{15(x-3) - x}{15x}$

$\Rightarrow \frac{x-3}{x+1} = \frac{15x - 45 - x}{15x}$

$\Rightarrow \frac{x-3}{x+1} = \frac{14x - 45}{15x}$

$\Rightarrow 15x(x-3) = (x+1)(14x-45)$

$\Rightarrow 15x^2 - 45x = 14x^2 - 45x + 14x - 45$

$\Rightarrow 15x^2 - 45x - 14x^2 + 45x - 14x + 45 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 14x + 45 = 0$

$\Rightarrow x^2 - (9+5)x + 45 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 9x - 5x + 45 = 0$

$\Rightarrow (x^2 - 9x) - (5x - 45) = 0$

$\Rightarrow x(x-9) - 5(x-9) = 0$

$\Rightarrow (x-9)(x-5) = 0$

$\Rightarrow x-9 = 0$

या $x-5 = 0$

$\Rightarrow x = 9$ या $x = 5$

अतः भिन्न $\frac{9-3}{9}$ तथा $\frac{5-3}{5}$ है।

\therefore भिन्न $\frac{6}{9}$ व $\frac{2}{5}$ है।

17. एक समान्तर श्रेणी में प्रथम पद 8 है, n वाँ पद 33 है तथा पहले n पदों का योग 123 है तो n तथा सार्वान्तर d को ज्ञात कीजिए। 3

उत्तर :

दिया है-

प्रथम पद, $a = 8$

n वाँ पद, $a_n = 33$

n पदों का योग, $S_n = 123$

$\therefore n$ वाँ पद, $a_n = a + (n-1)d$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 33 &= 8 + (n-1)d \\ \Rightarrow (n-1)d &= 33 - 8 \\ \Rightarrow (n-1)d &= 25 \quad \dots(1) \end{aligned}$$

अब, n पदों का योगफल

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] \\ \Rightarrow 123 &= \frac{n}{2}[2 \times 8 + 25] \quad (\text{समीकरण 1 से}) \\ \Rightarrow 123 &= \frac{n}{2}(16 + 25) = \frac{n}{2} \times 41 \\ \Rightarrow n &= \frac{123 \times 2}{41} = 6 \end{aligned}$$

n का मान समीकरण (1) में रखने पर,

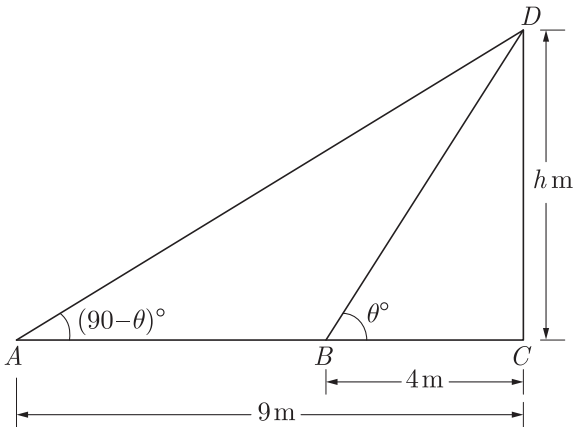
$$\begin{aligned} \Rightarrow (6-1)d &= 25 \\ \Rightarrow 5d &= 25 \\ \Rightarrow d &= 5 \end{aligned}$$

अतः $n = 6$ और $d = 5$

18. मीनार के आधार से और एक सरल रेखा में 4 मीटर तथा 9 मीटर की दूरी पर स्थित दो बिन्दुओं से मीनार के शिखर के उन्नयन कोण पूरक कोण हैं। सिद्ध कीजिए कि मीनार की ऊँचाई 6 मीटर है। 3

उत्तर :

माना कि $CD = h$ m मीनार की ऊँचाई है और B, A अभीष्ट बिन्दु हैं, जो मीनार से क्रमशः 4m और 9m की दूरी पर हैं।



समकोण त्रिभुज BCD में

$$\tan \theta = \frac{CD}{BC}$$

$$\text{या } \tan \theta = \frac{h}{4} \quad \dots(1)$$

साथ ही समकोण त्रिभुज ACD में

$$\tan(90 - \theta) = \frac{CD}{AC}$$

$$\text{या } \cot \theta = \frac{h}{9} \quad \dots(2)$$

समीकरण (1) व (2) का गुणा करने पर

$$\tan \theta \cdot \cot \theta = \frac{h}{4} \times \frac{h}{9}$$

$$\text{या } \tan \theta \cdot \frac{1}{\tan \theta} = \frac{h^2}{36}$$

सभी गुरुजनों से निवेदन है कि RBSE के सॉल्वड मॉडल पेपर प्राप्त करने के लिए 9460377092 पर सिर्फ TEACHER शब्द व्हाट्सएप करें।
आपसे संपर्क कर आपको विशेष रूप से मॉडल पेपर भेजे जाएँगे।

$$\text{या } \frac{1}{1} = \frac{h}{36}$$

$$\therefore h^2 = 36 \text{ या } h = 6 \text{ मीटर}$$

अतः मीनार की ऊँचाई 6 मीटर है।

19. त्रिभुज की तीनों भुजाओं के लम्ब समद्विभाजक एक ही बिन्दु से होकर जाते हैं। 3

उत्तर :

दिया है- ΔABC में भुजा AB एवं AC के लम्ब-समद्विभाजक बिन्दु O पर मिलते हैं और OD भुजा BC पर लम्ब है।

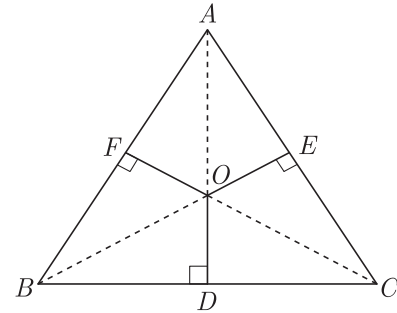
सिद्ध करना है- OD , भुजा BC का लम्ब समद्विभाजक है।

रचना- OA, OB और OC को मिलाया।

उपपत्ति- OE एवं OF क्रमशः AC एवं AB के लम्ब समद्विभाजक हैं, अतः

$$OA = OB = OC$$

ΔBOD व ΔDOC में



$OB = OC$ तथा OD उभयनिष्ठ है

अतः $\Delta BOD \sim \Delta DOC$

$$\therefore \angle BDO = \angle ODC$$

$$\text{तथा } \angle BDO + \angle ODC = 180^\circ$$

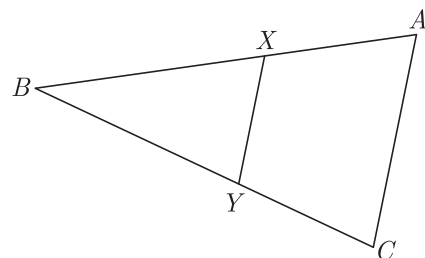
$$\therefore \angle BDO + \angle BDO = 180^\circ$$

$$\therefore \angle BDO = 90^\circ$$

$\therefore OD$ भुजा BC पर लम्ब है $OB = OC$

अतः OD भुजा BC का लम्ब समद्विभाजक है।

20. दी गई आकृति में रेखाखण्ड XY , त्रिभुज ABC की भुजा AC के समान्तर है तथा त्रिभुज को दो समान भागों में बाँटती है। अनुपात $\frac{AX}{AB}$ ज्ञात कीजिए। 3



उत्तर :

दिया है, $XY \parallel AC$

ΔBXY और ΔBAC में,

$$\angle BXY = \angle BAC \quad (\text{संगत कोण})$$

$$\angle BYX = \angle BCA \quad (\text{संगत कोण})$$

$$\Delta BXY \sim \Delta BAC$$

(AA समरूपता गुणधर्म से)

$$\Rightarrow \frac{\text{ar}(\Delta BXY)}{\text{ar}(\Delta BAC)} = \frac{XB^2}{AB^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{ar}(\Delta BXY)}{\text{ar}(\Delta BAC)} = \left(\frac{XB}{AB}\right)^2 \quad \dots(1)$$

परन्तु, $\text{ar}(\Delta BAC) = 2\text{ar}(\Delta XBY)$ (दिया है)

$$\Rightarrow \frac{\text{ar}(\Delta BXY)}{\text{ar}(\Delta BAC)} = \frac{1}{2} \quad \dots(2)$$

समीकरण (1) व (2) से,

$$\left(\frac{XB}{AB}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{XB}{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (\text{दोनों पक्षों का वर्गमूल लेने पर})$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{XB}{AB} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{AB - XB}{AB} = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{AX}{AB} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2} - 1)}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$$

(अंश और हर को $\sqrt{2}$ से गुणा करने पर)

$$\Rightarrow \frac{AX}{AB} = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}$$

अतः $\frac{AX}{AB} = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}$

21. एक वृत्त की दो जीवाएँ AB और AC बराबर हैं। सिद्ध कीजिए कि वृत्त का केन्द्र $\angle BAC$ के समद्विभाजक पर स्थित होगा। 3

उत्तर :

दिया है—एक वृत्त जिसका केन्द्र O है, जिसकी जीवाएँ AB और AC समान हैं।

सिद्ध करना है—केन्द्र O , कोण BAC के समद्विभाजक पर स्थित है।

रचना— CO और BO को मिलाया।

उपपत्ति— ΔAOB और ΔAOC में,

$$BO = OC \quad (\text{वृत्त की त्रिज्याएँ})$$

$$OA = OA \quad (\text{उभयनिष्ठ भुजा})$$

$$AB = AC \quad (\text{दिया है})$$

$$\Delta AOB \cong \Delta AOC \quad (\text{SSS से})$$

अतः सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत कोण बराबर होंगे।

$$\text{अर्थात्} \quad \angle OAB = \angle OAC$$

अर्थात् केन्द्र O , कोण BAC के समद्विभाजक पर स्थित है।

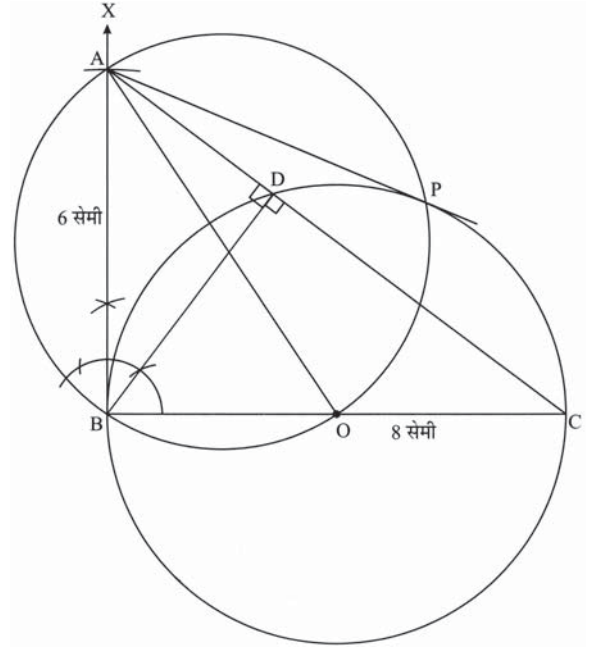
इतिसिद्धम्

22. एक समकोण त्रिभुज ABC बनाइए जिसमें $AB = 6$ सेमी, $BC = 8$ सेमी और $\angle B = 90^\circ$ है। B से AC पर लंब BD बनाइए और बिंदुओं B, C और D से गुजरता एक वृत्त बनाइए। A से इस वृत्त पर एक स्पर्श रेखाओं की रचना कीजिए। 3

उत्तर :

रचना के चरण:

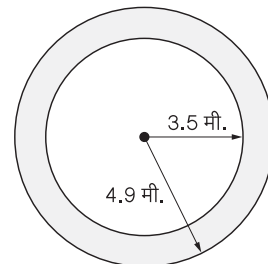
1. एक रेखाखण्ड $BC = 8$ सेमी खींचिए।
2. B पर $\angle CBX = 90^\circ$ बनाइए।
3. B को केन्द्र और त्रिज्या = 6 सेमी लेकर रेखा BX को A पर काटती एक चाप लगाइए।



4. AC को मिलाइए। इससे अभीष्ट ΔABC प्राप्त होता है।
5. AC पर B से BD लंब बनाइए।
6. माना BC का मध्यबिन्दु O है। O को केन्द्र और त्रिज्या $OB = OC$ लेकर एक वृत्त बनाइए। यह वृत्त बिंदु D से गुजरता है।
7. AO को मिलाइए। AO को व्यास लेकर एक वृत्त बनाइए। यह वृत्त चरण 6 में बनाए वृत्त को B और P पर काटता है।
8. AP को मिलाइए। B, C और D से गुजरते वृत्त के A से खींची गई अभीष्ट स्पर्श रेखाएँ AP और AB हैं।

23. एक वृत्ताकार पार्क की त्रिज्या 3.5 मीटर है। पार्क के चारों ओर 1.4 मीटर चौड़ा फुटपाथ बना हुआ है। फुटपाथ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 3

उत्तर :



वृत्ताकार पार्क की त्रिज्या, $r_2 = 3.5$ मी.

फुटपाथ की चौड़ाई = 1.4 मी.

फुटपाथ सहित पार्क की त्रिज्या

$$= 3.5 + 1.4 = 4.9 \text{ मी.}$$

$$\text{फुटपाथ का क्षेत्रफल} = \pi(r_1^2 - r_2^2)$$

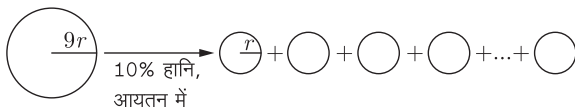
$$= \frac{22}{7}(4.9^2 - 3.5^2)$$

$$= \frac{22}{7}(24.01 - 12.25)$$

$$= \frac{22}{7} \times 11.76 = 36.96 \text{ वर्ग मी.}$$

24. एक ठोस धातु के गोले को पिघलाकर समान त्रिज्या के छोटे गोले बनाये जाते हैं। इस विधि में गोले के आयतन की 10% हानि हो जाती है। छोटे गोले की त्रिज्या बड़े गोले की $\frac{1}{9}$ है। यदि बड़े गोले को रंगने के लिये 10 लीटर रंग की आवश्यकता होती है, तो छोटे सभी गोलों को रंगने के लिये कितने रंग की आवश्यकता होगी? 3

उत्तर :



माना बड़े गोले की त्रिज्या = $9r$

\therefore प्रत्येक छोटे गोले की त्रिज्या = r

$$\text{बड़े गोले का आयतन} = \frac{4}{3}\pi(9r)^3$$

इस बड़े गोले से, माना x छोटे गोले बनाये जाते हैं तथा इस विधि में बड़े गोले के आयतन के 10% की हानि होती है।

$$\therefore \underbrace{\frac{4}{3}\pi(9r)^3}_{\text{बड़े गोले का आयतन}} - \underbrace{\frac{10}{100} \times \frac{4}{3}\pi(9r)^3}_{\text{आयतन में हानि}} = x \times \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\Rightarrow \frac{9}{10} \times \frac{4}{3}\pi r^3 \times (9)^3 = x \times \frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow x = \frac{9^4}{10}$$

अब $4\pi(9r)^2$ पृष्ठ के लिये आवश्यक रंग

$$= 10 \text{ लीटर}$$

\therefore 1 मात्रक पृष्ठ के लिये आवश्यक रंग

$$= \frac{10}{4\pi r^2(9)^2} \text{ लीटर}$$

$\therefore x \times 4\pi r^2$ पृष्ठ के लिये आवश्यक रंग

$$= \frac{10}{4\pi r^2(9)^2} \times \frac{9^4}{10} \times 4\pi r^2 \text{ लीटर}$$

$$= 81 \text{ लीटर}$$

25. 52 ताश के पत्तों की गड्डी से चिड़ी के बादशाह, बेगम और गुलाम अलग कर दिये गये हैं तथा शेष को अच्छी प्रकार से मिला दिया गया है। शेष में से एक पत्ता यादृच्छया निकाला जाता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि वह 3

1. एक पान

2. एक बादशाह

3. एक चिड़ी

4. पान का 10, है।

उत्तर :

\therefore चिड़ी के बादशाह, बेगम और गुलाम हटा दिये गये हैं।

अतः गड्डी में शेष पत्ते = $52 - 3 = 49$

अब कुल सम सम्भावी घटनाओं की संख्या = 49

1. P (एक पान का पत्ता) = $\frac{13}{49} \therefore$ पान के 13 पत्ते हैं।

2. P (एक बादशाह) = $\frac{3}{49} \therefore$ शेष 3 बादशाह हैं।

3. P (एक चिड़ी का पत्ता) = $\frac{10}{49} \therefore$ चिड़ी के 10 पत्ते शेष हैं।

4. P (पान का 10) = $\frac{1}{49}$

\therefore पान के 10 का केवल एक पत्ता है।

भाग-द

26. आलेखीय विधि द्वारा निम्नलिखित समीकरण निकाय का हल ज्ञात कीजिए-
(3+3=6)

$$2x + 3y = 13$$

$$5x - 2y = 4$$

उत्तर :

दिया है-

$$2x + 3y = 13 \quad \dots(1)$$

$$5x - 2y = 4 \quad \dots(2)$$

समीकरण (1) में $x = 2$ रखने पर

$$2 \times 2 + 3y = 13$$

$$\Rightarrow 4 + 3y = 13$$

$$\text{या } 3y = 13 - 4 = 9$$

$$y = \frac{9}{3} = 3$$

अब $x = 5$ रखने पर

$$2 \times 5 + 3y = 13$$

$$\text{या } 10 + 3y = 13$$

$$\text{या } 3y = 13 - 10 = 3$$

$$\text{या } y = \frac{3}{3} = 1$$

अतः बिन्दु निम्न सारणी अनुसार प्राप्त हुए हैं-

x	2	5
y	3	1

इसी प्रकार समीकरण (2) में $x = 0$ रखने पर

$$5 \times 0 - 2y = 4$$

$$\Rightarrow 0 - 2y = 4$$

$$\text{या } -2y = 4$$

$$\text{या } y = \frac{4}{-2} = -2$$

समीकरण (2) में $x = 2$ रखने पर

$$5 \times 2 - 2y = 4$$

$$\text{या } 10 - 2y = 4$$

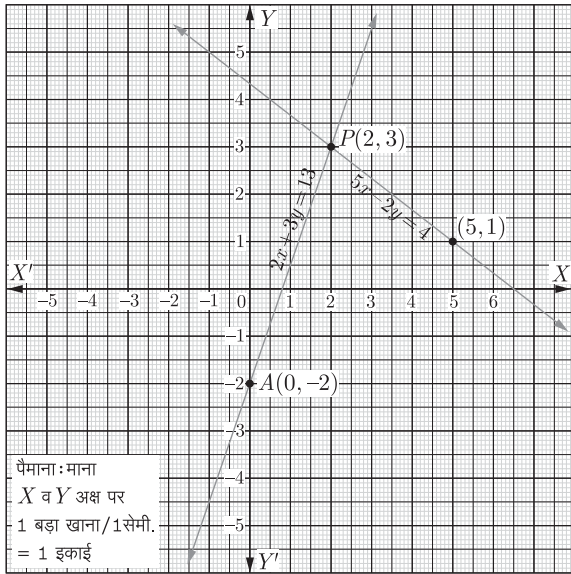
$$\text{या } -2y = 4 - 10 = -6$$

$$\therefore y = 3$$

अतः बिन्दु निम्न सारणी अनुसार प्राप्त हुए हैं-

x	0	2
y	-2	3

अब हम उपरोक्त सारणियों से प्राप्त बिन्दुओं को ग्राफ पेपर पर निरूपित कर निम्न सरल रेखायें प्राप्त करते हैं। अर्थात् ग्राफ पेपर पर XOX' तथा YOY' अक्षों का निर्माण कर सारणी में दिये गये बिन्दुओं को मिलाकर सरल रेखा प्राप्त करते हैं।



दोनों सरल रेखायें बिन्दु $P(2, 3)$ पर प्रतिच्छेद होती हैं। अतः समीकरण निकाय का हल $x = 2, y = 3$ है।

27. सिद्ध कीजिये-

(3+3=6)

$$(1) \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{1 - \cos \theta}} = \operatorname{cosec} \theta + \cot \theta$$

$$(2) \sqrt{\frac{1 - \sin \theta}{1 + \sin \theta}} = \sec \theta - \tan \theta$$

उत्तर :

$$(1) \text{ माना L.H.S, } y = \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{1 - \cos \theta}}$$

अंश व हर में $(1 + \cos \theta)$ से गुणा करने पर

$$\begin{aligned} &= \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{1 - \cos \theta} \times \frac{(1 + \cos \theta)}{(1 + \cos \theta)}} \\ &= \sqrt{\frac{(1 + \cos \theta)^2}{1 - \cos^2 \theta}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{\frac{(1 + \cos \theta)^2}{\sin^2 \theta}} \\ &= \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} = \frac{1}{\sin \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \\ &= \operatorname{cosec} \theta + \cot \theta = \text{R.H.S.} \end{aligned}$$

इतिसिद्धम्

$$(2) \sqrt{\frac{1 - \sin \theta}{1 + \sin \theta}}$$

अंश व हर में $(1 - \sin \theta)$ से गुणा करने पर

$$\begin{aligned} &= \sqrt{\frac{(1 - \sin \theta)(1 - \sin \theta)}{(1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta)}} \\ &= \sqrt{\frac{(1 - \sin \theta)^2}{1 - \sin^2 \theta}} \\ & \quad [\because a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)] \\ &= \sqrt{\frac{(1 - \sin \theta)^2}{\cos^2 \theta}} \quad [\because 1 - \sin^2 \theta = \cos^2 \theta] \\ &= \frac{1 - \sin \theta}{\cos \theta} = \frac{1}{\cos \theta} - \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \\ &= \sec \theta - \tan \theta \\ &= \text{R.H.S.} \end{aligned}$$

इतिसिद्धम्

अथवा

27. (1) सिद्ध कीजिये कि-

3

$$\sqrt{\frac{\sec \theta + 1}{\sec \theta - 1}} = \cot \theta + \operatorname{cosec} \theta$$

(2) यदि $\sin \theta + \cos \theta = p$ और $\sec \theta + \operatorname{cosec} \theta = q$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $q(p^2 - 1) = 2p$

3

उत्तर :

$$(1) \text{ माना L.H.S, } y = \sqrt{\frac{\sec \theta + 1}{\sec \theta - 1}}$$

$$\sqrt{\frac{\frac{1}{\cos \theta} + 1}{\frac{1}{\cos \theta} - 1}} = \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{1 - \cos \theta}}$$

अंश तथा हर में $(1 + \cos \theta)$ से गुणा करने पर

$$\begin{aligned} &= \sqrt{\frac{(1 + \cos \theta)(1 + \cos \theta)}{(1 - \cos \theta)(1 + \cos \theta)}} \\ &= \sqrt{\frac{(1 + \cos \theta)^2}{1 - \cos^2 \theta}} \\ &= \sqrt{\frac{(1 + \cos \theta)}{\sin^2 \theta}} = \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{\sin \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \\ &= \operatorname{cosec} \theta + \cot \theta \end{aligned}$$

या

$$\begin{aligned} &= \cot \theta + \operatorname{cosec} \theta \\ &= \text{R.H.S.} \end{aligned}$$

इतिसिद्धम्

(2) दिया है:

$$P = \sin \theta + \cos \theta$$

सभी विद्यार्थियों से निवेदन है कि RBSE के सॉल्वड मॉडल पेपर/डेस्क वर्क प्राप्त करने के लिए 9460377092 को अपनी क्लास के व्हाट्सएप्प ग्रुप में एड करें। आपकी क्लास के व्हाट्सएप्प ग्रुप में पेपर भेज दिए जाएंगे।

तथा $q = \sec \theta + \operatorname{cosec} \theta$
 माना L.H.S, $y = q(p^2 - 1)$
 p व q के मान रखने पर
 $= (\sec \theta + \operatorname{cosec} \theta)[(\sin \theta + \cos \theta)^2 - 1]$
 $= \left(\frac{1}{\cos \theta} + \frac{1}{\sin \theta}\right) \times (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta - 1)$
 $= \left(\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta \cos \theta}\right)(1 + 2 \sin \theta \cos \theta - 1)$
 $[\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = +1]$
 $= \left(\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta \cos \theta}\right)(2 \sin \theta \cos \theta)$
 $= 2(\sin \theta + \cos \theta) = 2p$
 $= \text{R.H.S.}$ इतिसिद्धम्

28. (1) यदि बिन्दु $(K, 2)$ तथा $(3, 4)$ के बीच की दूरी $\sqrt{8}$ हो, तो K का मान लिखिए। 3
 (2) बिन्दुओं $(-4, 0)$ और $(0, 6)$ को मिलाने वाले वाले रेखाखण्ड को 4 बराबर भागों में बाँटने वाले बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए। 3

उत्तर :

(1) प्रश्नानुसार $(\sqrt{8})^2 = (K - 3)^2 + (2 - 4)^2$
 $8 = (K - 3)^2 + 4$
 $4 = (K - 3)^2$
 $(K - 3) = \pm 2$
 $K = \pm 2 + 3$
 $\therefore K = 5$ और $K = 1$

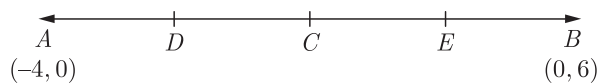
(2) दिए गए बिन्दुओं के मध्य बिन्दु के निर्देशांक

$$C = \left[\frac{-4+0}{2}, \frac{0+6}{2}\right] = (-2, 3)$$

तथा AC के मध्य बिन्दु के निर्देशांक

$$D = \left[\frac{-4-2}{2}, \frac{0+3}{2}\right]$$

$$= \left[\frac{-6}{2}, \frac{3}{2}\right] = \left[-3, \frac{3}{2}\right]$$



CB के मध्य बिन्दु के निर्देशांक,

$$E = \left[\frac{-2+0}{2}, \frac{3+6}{2}\right] = \left(-1, \frac{9}{2}\right)$$

\therefore ये बिन्दु क्रमशः $\left(-3, \frac{3}{2}\right)$, $(-2, 3)$ तथा $\left(-1, \frac{9}{2}\right)$ होंगे।

29. सिद्ध करो कि त्रिभुज की एक भुजा को बढ़ाने पर बनने वाले बहिष्कोण का समद्विभाजक कोण की सम्मुख भुजा बाह्य विभाजन त्रिभुज की शेष

दोनों भुजाओं के अनुपात में करता है। 6

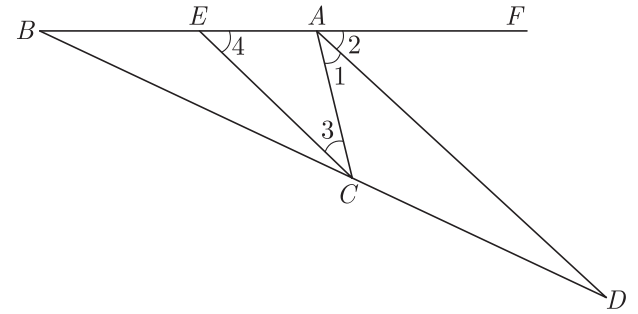
उत्तर :

दिया हुआ है- AD , $\triangle ABC$ के शीर्ष A पर बने बहिष्कोण $\angle FAC$ की समद्विभाजक रेखा है।

अर्थात् $\angle 1 = \angle 2$

सिद्ध करना है- $\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC}$

रचना- $CE \parallel DA$ खींची जो AB को E पर काटती है।



उपपत्ति- $CE \parallel DA$ है एवं AC तथा BF तिर्यक रेखाएँ हैं। अतः

$$\angle 1 = \angle 3 \text{ (एकान्तर कोण)} \quad \dots(1)$$

$$\text{एवं } \angle 2 = \angle 4 \text{ (संगत कोण)} \quad \dots(2)$$

चूँकि: $\angle 1 = \angle 2$ (दिया हुआ)

अतः $\angle 3 = \angle 4$

चूँकि: $\angle 3 = \angle 4$ है तो $\triangle AEC$ में

$$AE = AC \text{ (बराबर कोणों की सम्मुख भुजाएँ)} \quad \dots(3)$$

अब $\triangle BAD$ में $EC \parallel AD$

$$\text{तो } \frac{BD}{CD} = \frac{BA}{EA}$$

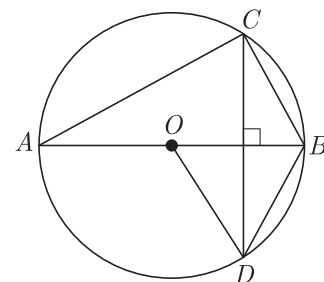
(आधारभूत समानुपातिकता के विशिष्ट गुण)

$$\text{या } \frac{BD}{DC} = \frac{BA}{AC} \quad \text{[समी. (3) से]}$$

$$\text{या } \frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} \quad \text{इतिसिद्धम्}$$

अथवा

29. आकृति में, O वृत्त का केन्द्र है। $BD = OD$ और $CD \perp AB$ है। $\angle CAB$ ज्ञात कीजिए। (6)



उत्तर :

दिया है- $BD = OD$

$$CD \perp AB$$

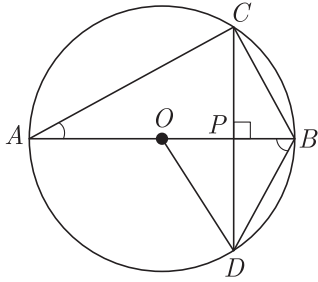
ज्ञात करना है- $\angle CAB$

$\angle ODB$ में,

$$BD = OD \text{ (दिया है)}$$

$$\therefore \angle DOB = \angle DBO$$

(त्रिभुज के समान भुजाओं के विपरीत कोण समान होते हैं।)



ΔODP एवं ΔBDP में

$$\angle DOP = \angle DBP \quad (\because \angle DOB = \angle DBO)$$

$$\angle DPO = \angle DPB \text{ (प्रत्येक } 90^\circ)$$

$$OD = BD \text{ (दिया है)}$$

$$\therefore \Delta ODP \cong \Delta BDP \text{ (AAS नियम से)}$$

$$\Rightarrow \angle ODP = \angle BDP \quad \dots(1) \text{ (CPCT)}$$

पुनः $OD = OB$ (समान वृत्त की त्रिज्याएँ)

लेकिन $OD = BD$

$$\Rightarrow OB = OD = BD,$$

$\therefore \Delta OBD$ एक समबाहु त्रिभुज है।

$$\therefore \angle ODB = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \angle BDP = \frac{1}{2} \angle ODB \quad \text{(समीकरण (1) से)}$$

$$\Rightarrow \angle BDP = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$$

या $\angle CDB = 30^\circ$

वृत्त के समान वृत्तखण्ड में कोण समान होते हैं अतः

$$\angle CAB = \angle CDB = 30^\circ$$

30. गणित की एक परीक्षा में 30 विद्यार्थियों द्वारा प्राप्त किए गए अंकों का बंटन निम्नलिखित है- (6)

प्राप्तांकों का वर्ग-अन्तराल	10-25	25-40	40-55	55-70	70-85	85-100
विद्यार्थियों की संख्या	2	3	7	6	6	6

इन आँकड़ों से कल्पित माध्य विधि से माध्य ज्ञात कीजिए एवं बहुलक भी ज्ञात कीजिए।

उत्तर :

(कल्पित माध्य, $a = 47.5$)

प्राप्तांकों का वर्ग-अन्तराल	विद्यार्थियों की संख्या (f)	माध्य (x)	$d = x - a$	fd
10-25	2	17.5	-30	-60
25-40	3	32.5	-15	-45
40-55	7	47.5	0	0
55-70	6	62.5	15	90
70-85	6	77.5	30	180
85-100	6	92.5	45	270
	30			$\Sigma fd = 540 - 105 = 435$

$$\begin{aligned} \text{समान्तर माध्य, } \bar{x} &= a + \frac{\Sigma fd}{\Sigma f} = 47.5 + \frac{435}{30} \\ &= 47.5 + 14.5 = 62 \end{aligned}$$

बहुलक ज्ञात करना-

वर्ग 40-45 की बारम्बारता सबसे अधिक है। अतः बहुलक वर्ग 40-55 है।

$$l = 40, f_1 = 7, f_0 = 3$$

$$f_2 = 6, h = 15$$

$$\text{बहुलक} = l + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times h$$

$$\begin{aligned} \text{बहुलक} &= 40 + \frac{7 - 3}{2 \times 7 - 3 - 6} \times 15 \\ &= 40 + \frac{4 \times 15}{14 - 9} = 40 + \frac{60}{5} \\ &= 40 + 12 = 52 \text{ अंक} \end{aligned}$$

सत्र 2020-21 से नये पाठ्यक्रमानुसार सभी कक्षाओं के सभी विषयों की टेक्स्ट बुक एवं सभी प्रकार की सहायक अध्ययन सामग्री विद्यार्थियों को मोबाइल पर व्हाट्सएप द्वारा एवं वेबसाइट www.rbse.online पर उपलब्ध करवायी जाएगी। इसके लिये विद्यार्थियों से किसी भी प्रकार का कोई शुल्क नहीं लिया जाएगा। इसके लिये विद्यार्थियों को किसी भी प्रकार का कोई OTP Verification या Email द्वारा Verification नहीं देना होगा। हमारा व्हाट्सएप नम्बर जानने या अन्य किसी भी प्रकार की जानकारी के लिये वेबसाइट www.rbse.online पर विजिट करें।

सभी विद्यार्थियों से निवेदन है कि RBSE के सॉल्वड मॉडल पेपर/डेस्क वर्क प्राप्त करने के लिए 9460377092 को अपनी क्लास के व्हाट्सएप ग्रुप में एड करें। आपकी क्लास के व्हाट्सएप ग्रुप में पेपर भेज दिए जाएंगे।