

राजस्थान बोर्ड परीक्षा 2019-20

10वीं कक्षा

गणित

मॉडल पेपर 5

समय : 3¼ घंटे

(पूर्णांक : 80)

परीक्षार्थियों के लिए सामान्य निर्देश-

1. सभी प्रश्न करने अनिवार्य हैं।
- 2.

भाग	प्रश्न संख्या	अंक प्रत्येक प्रश्न
अ	1-10	1
ब	11-15	2
स	16-25	3
द	26-30	6

3. प्रश्न क्रमांक 27 व 29 में आन्तरिक विकल्प हैं।
4. प्रश्न क्रमांक 26 का लेखाचित्र ग्राफ पेपर पर बनाइए।

भाग-अ

1. सूत्र एकाधिकेन पूर्वेण का प्रयोग करते हुए $16\frac{1}{7} \times 16\frac{6}{7}$ का मान ज्ञात कीजिए। (1)

उत्तर :

यहाँ भिन्न संख्या का योग $1\left(\frac{1}{7} + \frac{6}{7}\right)$ है। तथा शेष निखिलम् अंक समान है।

अतः सूत्र एकाधिकेन पूर्वेण का प्रयोग करने पर,

$$\begin{aligned} 16\frac{1}{7} \times 16\frac{6}{7} &= 16 \times (16 + 1) / \frac{1}{7} \times \frac{6}{7} \\ &= 16 \times 17 / \frac{1}{7} \times \frac{6}{7} \\ &= 272 / \frac{6}{49} \\ &= 272 \frac{6}{49} \end{aligned}$$

2. सूत्र परावर्त्य योजयेत् द्वारा $(x + 5)(x + 1) = (x + 3)(x + 2)$ का हल ज्ञात कीजिए। (1)

उत्तर :

हम जानते हैं कि सूत्र परावर्त्य योजयेत् द्वारा यदि समीकरण

$$(x + a)(x + b) = (x + c)(x + d) \text{ हो तो}$$

$$x = \frac{cd - ab}{a + b - c - d} \quad \dots(i)$$

सभी विद्यार्थियों से निवेदन है कि RBSE के सॉल्वड मॉडल पेपर/डेस्क वर्क प्राप्त करने के लिए 9460377092 को अपनी क्लास के व्हाट्सएप्प ग्रुप में एड करें। आपकी क्लास के व्हाट्सएप्प ग्रुप में पेपर भेज दिए जाएंगे।

यहाँ, $a = 5$, $b = 1$, $C = 3$ तथा $d = 2$ है, अतः ये सभी मान समीकरण (i) में रखने पर,

$$x = \frac{3 \times 2 - 5 \times 1}{5 + 1 - 3 - 2} = \frac{6 - 5}{6 - 5} = 1$$

3. बिना लंबी विभाजन प्रक्रिया किए बताइए कि $\frac{15}{1600}$ परिमेय संख्या के दशमलव प्रसार सांत है या असांत आवर्ती हैं? (1)

उत्तर :

यहाँ पर,

$$\begin{array}{r|l} 2 & 1600 \\ \hline 2 & 800 \\ 2 & 400 \\ 2 & 200 \\ 2 & 100 \\ 2 & 50 \\ 5 & 25 \\ & 5 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \frac{15}{1600} &= \frac{15}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5} \\ &= \frac{15}{2^6 5^2} \end{aligned}$$

यहाँ हर के अभाज्य गुणखण्ड $2^n 5^m$ के रूप में हैं। यहाँ $n = 6$ तथा $m = 2$ है तथा ये ऋणेत्तर पूर्णांक हैं।

अतः परिमेय संख्या $\frac{15}{1600}$ का दशमलव प्रसार सांत होगा।

4. सरल कीजिए: $\frac{1}{\sec^2\theta} + \frac{1}{\operatorname{cosec}^2\theta}$ (1)

उत्तर :

हम जानते हैं कि,

$$\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$$

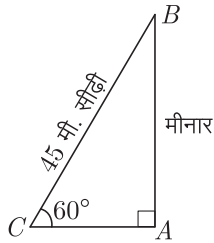
तथा $\sin\theta = \frac{1}{\operatorname{cosec}\theta}$

अतः, $\frac{1}{\sec^2\theta} + \frac{1}{\operatorname{cosec}^2\theta} = \cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$

5. एक सीढ़ी, जिसकी लम्बाई 45 मीटर है, किसी मीनार के शीर्ष को स्पर्श करती है तथा क्षैतिज से 60° का कोण बनाती है। मीनार की ऊँचाई होगी- (1)

उत्तर :

चित्रानुसार AB मीनार और BC सीढ़ी है।



अतः $\sin 60^\circ = \frac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}} = \frac{AB}{45}$

अतः $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AB}{45}$

$\Rightarrow AB = \frac{45\sqrt{3}}{2}$ मीटर

अतः मीनार की ऊँचाई $= \frac{45\sqrt{3}}{2}$ मीटर

6. त्रिभुज के अंदर उस बिन्दु का बिन्दुपथ ज्ञात कीजिए जो कि त्रिभुज की तीनों भुजाओं से समान दूरी पर हों। (1)

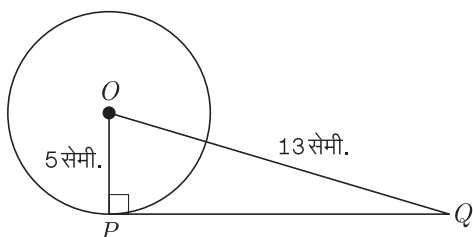
उत्तर :

हम जानते हैं कि त्रिभुज की तीनों भुजाओं से समान दूरी पर स्थित बिन्दु वृत्त का अन्तःकेन्द्र होता है।

7. एक बिन्दु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखा की लम्बाई ज्ञात कीजिए, जबकि बिन्दु की वृत्त के केन्द्र से दूरी 13 सेमी. है और वृत्त की त्रिज्या 5 सेमी. है। (1)

उत्तर :

चूँकि: $OQ^2 = OP^2 + PQ^2$ (समकोण ΔOPQ में)



या $PQ^2 = OQ^2 - OP^2$
 $= 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$

या $PQ = \sqrt{144} = 12$

अतः $PQ = 12$ सेमी.

8. अच्छी प्रकार से फेंटी गई 52 पत्तों की एक गड्डी में से एक पत्ता निकाला जाता है। इस पत्ते के बादशाह होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। (1)

उत्तर :

ताश की गड्डी में 52 पत्ते हैं।

अतः कुल सम्भव सम्भावित परिणाम = 52

एक गड्डी में 4 बादशाह होते हैं।

अतः अनुकूल परिणामों की संख्या = 4

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$

9. किसी सीधी सड़क पर पहला, दूसरा, तीसरा यातायात सिग्नल क्रमशः 3 किमी., 5 किमी., 7 किमी., की दूरी पर लगा है तो 10वें सिग्नल की दूरी ज्ञात कीजिये। (1)

उत्तर :

दिये गये मानों से एक समान्तर श्रेणी प्राप्त होती है जो निम्न प्रकार से है-3,5,7,.....

यहाँ $a = 3, d = 5 - 3$

10वें सिग्नल की दूरी, $a_{10} = a + (n - 1)d$

$\Rightarrow a_{10} = 3 + (10 - 1) \times 2$

$\Rightarrow a_{10} = 3 + 9 \times 2$

$\Rightarrow a_{10} = 3 + 18 \Rightarrow a_{10} = 21$

अतः 10वें सिग्नल की दूरी 21 किमी. होगी।

10. एक बस में बस स्टैण्ड से स्थान A के लिए 3 टिकट और स्थान B के लिए 4 टिकट ₹67 में मिलते हैं, जबकि स्थान A के लिए 3 टिकट और स्थान B के लिए 5 टिकट ₹77 में मिलते हैं तो बस स्टैण्ड से B तक का किराया ज्ञात कीजिए। (1)

उत्तर :

माना A तथा B तक का किराया ₹x व ₹y रुपये है। तब प्रश्नानुसार,

$$3x + 4y = 67 \quad \dots(i)$$

$$3x + 5y = 77 \quad \dots(ii)$$

समीकरण (ii) में से (i) को घटाने पर,

$$y = 10$$

अतः बस स्टैण्ड से स्थान B तक का किराया ₹10 होगा।

भाग-ब

11. सूत्र ध्वजांक का प्रयोग करते हुए $592837 \div 119$ का मान ज्ञात

कीजिए।

$$(2) \Rightarrow (x-13)(x-3) = 0$$

उत्तर :

$$\Rightarrow x = 13 \text{ या } 3$$

सूत्र ध्वजांक विधि द्वारा निम्न पदों में प्रश्न को हल करने पर

$$\therefore \text{ बड़ी संख्या} = 13 (\because 13 > 3)$$

$$\text{पद 1 : } \begin{array}{r} 11) 59 \\ \underline{44} \\ 15 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{नया भाजक} \\ &= 152 - 9 \times 4 \\ &= 152 - 36 \\ &= 116 \end{aligned}$$

$$\text{पद 2 : } \begin{array}{r} 11) 116 \\ \underline{99} \\ 17 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{नया भाजक} \\ &= 178 - 9 \times 9 \\ &= 178 - 81 \\ &= 97 \end{aligned}$$

$$\text{पद 3 : } \begin{array}{r} 11) 97 \\ \underline{88} \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{नया भाजक} \\ &= 152 - 9 \times 4 \\ &= 152 - 36 \\ &= 116 \end{aligned}$$

$$\text{पद 4 : } \begin{array}{r} 11) 21 \\ \underline{11} \\ 10 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{शेषफल} \\ &= 107 - 9 \times 1 \\ &= 107 - 9 \\ &= 98 \end{aligned}$$

मुख्यांक =

ध्वजांक	9	59283	7
भाजक	11	15179	10
		4981	98

भागफल=4981, शेषफल=98

12. दो संख्याओं का ल.स. 39 और म.स. 1 है। यदि इन संख्याओं का योगफल 16 हो, तो बड़ी संख्या बतावें। (2)

उत्तर :

दिया है,

$$\text{दो संख्याओं का ल.स.} = 39$$

$$\text{दो संख्याओं का म.स.} = 1$$

माना की बड़ी संख्या = x है। \therefore छोटी संख्या = $16 - x$ \therefore प्रश्नानुसार,

$$\text{पहली संख्या} \times \text{दूसरी संख्या} = \text{ल.स.} \times \text{म.स.}$$

$$\Rightarrow x(16 - x) = 39 \times 1$$

$$\Rightarrow 16x - x^2 = 39$$

$$\Rightarrow x^2 - 16x + 39 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 13x - 3x + 39 = 0$$

$$\Rightarrow x(x - 13) - 3(x - 13) = 0$$

13. एक वृत्ताकार प्लेट का क्षेत्रफल 154 वर्ग सेमी. है। इसकी परिधि ज्ञात कीजिए। (2)

उत्तर :

दिया है-वृत्ताकार प्लेट का क्षेत्रफल

$$= 154 \text{ वर्ग सेमी.}$$

माना प्लेट की त्रिज्या r सेमी. है तब

$$\pi r^2 = 154$$

$$\frac{22}{7} \times r^2 = 154$$

$$r^2 = \frac{154 \times 7}{22} = 7 \times 7$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{7 \times 7} = 7 \text{ सेमी.}$$

वृत्ताकार प्लेट की परिधि = $2\pi r$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 = 44 \text{ सेमी.}$$

अतः वृत्ताकार प्लेट की परिधि = 44 सेमी.

14. एक घन का आयतन 512 घन मीटर है, उसकी भुजा ज्ञात कीजिए। (2)

उत्तर :

दिया है, घन का आयतन = 512 घन मीटर

$$\Rightarrow (\text{भुजा})^3 = 512$$

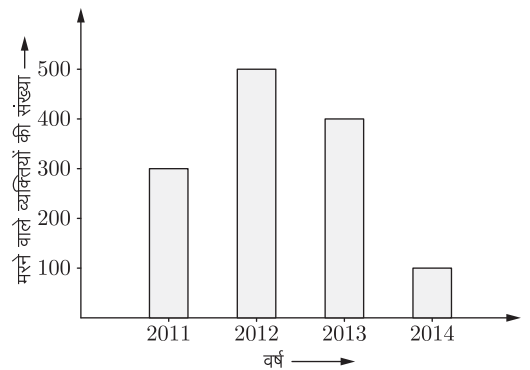
$$\Rightarrow \text{भुजा} = \sqrt[3]{512}$$

$$= (8 \times 8 \times 8)^{1/3}$$

$$= (8^3)^{1/3} = 8 \text{ मीटर}$$

अतः घन की भुजा = 8 मीटर

15. उपरोक्त दण्ड आलेख किसी शहर में विगत वर्षों में यातायात दुर्घटना में मरने वाले व्यक्तियों की संख्या को व्यक्त करता है। (2)



- वर्ष 2001-2013 में मरने वालों की वृद्धि अथवा हास दर।
- वर्ष 2012-2014 में मरने वालों की वृद्धि अथवा हास दर।

उत्तर :

1. वर्ष 2011 में मरने वालों की संख्या = 300
वर्ष 2013 में मरने वालों की संख्या = 400

$$\text{वृद्धि} = 400 - 300 = 100$$

$$\text{वृद्धि दर} = \frac{100}{300} \times 100 = 33\frac{1}{3}\%$$

2. वर्ष 2012 में मरने वालों की संख्या = 500
वर्ष 2013 में मरने वालों की संख्या = 100

$$\text{हास} = 500 - 100 = 400$$

$$\text{हास दर} = \frac{400}{500} \times 100 = 80\%$$

भाग-स

16. विभाजन ऐल्गोरिथ्म का प्रयोग कर बहुपद $p(x) = x^4 - 3x^2 + 4x + 5$ को $g(x) = x^2 + 1 - x$ से भाग देने पर प्राप्त भागफल एवं शेषफल ज्ञात कीजिए। (3)

उत्तर :

बहुपदों को मानक रूप में रखकर विभाजन प्रक्रिया करने पर,

$$\begin{array}{r} x^2+x-3 \\ x^2-x+1 \overline{) x^4+0x^3-3x^2+4x+5} \\ \underline{x^2-x+1} \\ x^3-4x^2+4x+5 \\ \underline{x^3-x^2+x} \\ -3x^2+3x+5 \\ \underline{-3x^2+3x-3} \\ 8 \end{array}$$

8 शेषफल

अतः भागफल = $x^2 + x - 3$ एवं शेषफल 8 प्राप्त होता है। यहाँ
भाजक \times भागफल + शेषफल

$$\begin{aligned} &= (x^2 - x + 1) \times (x^2 + x - 3) + 8 \\ &= x^4 - x^3 + x^2 + x^3 - x^2 + x - 3x^2 \\ &\quad + 3x - 3 + 8 \\ &= x^4 - 3x^2 + 4x + 5 = \text{भाज्य} \end{aligned}$$

अतः विभाजन ऐल्गोरिथ्म सत्यापित होता है।

17. यदि एक समान्तर श्रेणी का दूसरा पद 2 तथा सातवाँ पद 22 है, तो उसके 30 पदों का योगफल ज्ञात कीजिए। (3)

उत्तर :

माना कि दी गई श्रेणी का प्रथम पद a तथा सार्वान्तर d है।
दिया है, $a_2 = 2$ तथा $a_7 = 22$

$$\Rightarrow a + d = 2 \quad \dots(1)$$

$$\text{तथा } a + 6d = 22 \quad \dots(2)$$

समीकरण (2) में से (1) को घटाने पर,

$$5d = 20 \Rightarrow d = 4$$

d का मान रखने पर,

$$a + 4 = 2$$

$$\therefore a = -2$$

$$\text{सूत्र, } S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] \text{ से}$$

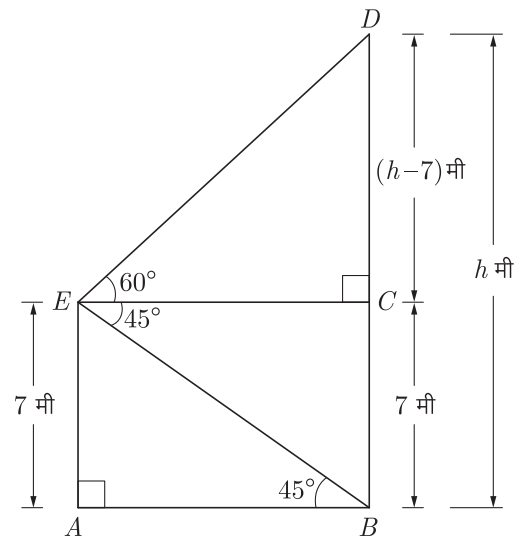
$$\begin{aligned} \therefore S_{30} &= \frac{30}{2}[2 \times (-2) + (30-1) \times 4] \\ &= 15(-4 + 116) \\ &= 15 \times 112 = 1680 \end{aligned}$$

अतः प्रथम 30 पदों का योग 1680 है।

18. 7 मीटर ऊँचे भवन के शिखर से एक टॉवर के शिखर का उन्नयन कोण 60° है और इसके पाद का अवनमन कोण 45° है। टॉवर की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। (3)

उत्तर :

माना कि $BD = h$ m केबल टॉवर की ऊँचाई है और $AE = 7$ m भवन की ऊँचाई है। केबल टॉवर के शिखर का उन्नयन कोण और पाद का अवनमन कोण क्रमशः 60° और 45° हैं।



अर्थात् $\angle DEC = 60^\circ$

और $\angle CEB = 45^\circ$

$BA \parallel EC, EA \parallel BC$

$\therefore EA = BC = 7$ m

समकोण $\triangle BAE$ में,

$$\frac{AB}{AE} = \cot 45^\circ$$

या $\frac{AB}{7} = 1$

या $AB = 7$ m

...(1)

तथा समकोण $\triangle DCE$ में,

$$\frac{EC}{DC} = \cot 60^\circ$$

या $\frac{EC}{h-7} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

या $EC = \frac{h-7}{\sqrt{3}}$... (2)

परन्तु $AB = EC$ (दिया है)

$$7 = \frac{h-7}{\sqrt{3}}$$

(समी. (1) और (2) के प्रयोग से)

या $7\sqrt{3} = h - 7$

या $h = 7\sqrt{3} + 7 = 7(\sqrt{3} + 1)$ m

अतः केबल टॉवर की ऊँचाई

$$\begin{aligned} h &= 7(\sqrt{3} + 1) \text{ m} \\ &= 7(1.732 + 1) = 7(2.732) \\ &= 19.124 \\ h &= 19.124 \text{ m} \end{aligned}$$

19. ΔABC में माधिकाएँ AD, BE और CF बिन्दु G से गुजरती हैं।

- यदि $GF = 4$ सेमी. हो तो GC का मान ज्ञात कीजिए।
- यदि $AD = 7.5$ सेमी. हो तो GD का मान ज्ञात कीजिए।

(3)

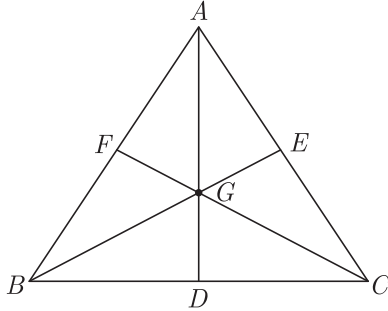
उत्तर :

1. ΔABC में CF , भुजा AB की माधिका है।

$$\therefore \frac{GC}{GF} = \frac{2}{1}$$

$$\Rightarrow \frac{GC}{4} = \frac{2}{1}$$

$$\Rightarrow GC = 2 \times 4 = 8 \text{ सेमी.}$$



2. पुनः,

$$\begin{aligned} CF &= GC + FG \\ &= 8 + 4 = 12 \text{ सेमी.} \end{aligned}$$

ΔABC में AD , भुजा BC की माधिका है।

$$\text{अतः } \frac{AG}{GD} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{AG}{GD} + 1 = \frac{2}{1} + 1 = 3$$

$$\frac{AG + GD}{GD} = 3$$

$$\frac{AD}{GD} = 3 \quad [\because AG + GD = AD]$$

$$\frac{7.5}{GD} = 3 \quad \Rightarrow GD = \frac{7.5}{3}$$

$$\therefore GD = 2.5 \text{ सेमी.}$$

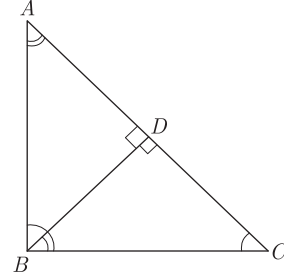
20. ΔABC में $\angle B = 90^\circ$ हो एवं BD कर्ण AC पर लम्ब हो तो सिद्ध कीजिए। $\Delta ADB \sim \Delta BDC$ (3)

उत्तर :

दिया है- ΔABC में $\angle B = 90^\circ$

तथा $BD \perp AC$

सिद्ध करना है- $\Delta ADB \sim \Delta BDC$



$$\Delta ABC \text{ में, } \angle A + \angle C = 90^\circ \quad \dots(1)$$

[$\because \angle B = 90^\circ$ है]

$$\Delta BDC \text{ में, } \angle DBC + \angle C = 90^\circ \quad \dots(2)$$

[$\because \angle BDC = 90^\circ$ है]

समीकरण (1) व (2) से,

$$\angle A + \angle C = \angle DBC + \angle C$$

$$\Rightarrow \angle A = \angle DBC \quad \dots(3)$$

अब ΔADB में ΔBDC में,

$$\angle ADB = \angle BDC = 90^\circ \quad (\text{दिया है})$$

$$\angle DAB = \angle DBC \quad (\text{समी. (3) से})$$

$A - A$ समरूपता कसौटी से,

$$\Delta ADB \sim \Delta BDC \quad \text{इतिसिद्धम्}$$

21. सिद्ध कीजिये कि दो समान्तर जीवाओं के मध्य बिन्दुओं को मिलाने वाले रेखाखण्ड वृत्त के केन्द्र से होकर जाता है। (3)

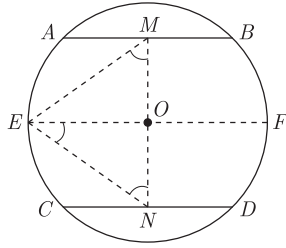
उत्तर :

दिया है- AB व CD एक वृत्त की दो जीवायें हैं। जिसका केन्द्र O पर है और M व N , AB व CD के क्रमशः मध्य बिन्दु हैं।

सिद्ध करना है- रेखाखण्ड MN वृत्त के केन्द्र O में होकर गुजरता है।

रचना- AB या CD के समान्तर वृत्त की त्रिज्या EO खींचो जो आगे बढ़ाने पर वृत्त पर F पर कटती है और M व N को O से मिलाओ।

उपपत्ति- $\because MA \parallel OE$ और $\angle AMO = 1$ समकोण वृत्त के केन्द्र से जीवा के मध्य बिन्दु को जोड़ने वाली रेखा जीवा के लम्बवत् होती है।



$\therefore \angle AMO + \angle EOM = 2$ समकोण

जब दो समान्तर रेखाओं को एक तिर्यक रेखा काटती है तब एक तरफ के आन्तरिक कोणों का योग = 2 समकोण होता है।

$\therefore \angle EOM = 1$ समकोण

इसी प्रकार, $\angle EON = 1$ समकोण

$\therefore \angle MON$ एक रेखीय कोण है।

अतः MN एक सरल रेखा है जो वृत्त के केन्द्र से गुजरती है और दोनों जीवा के लम्बवत् है।

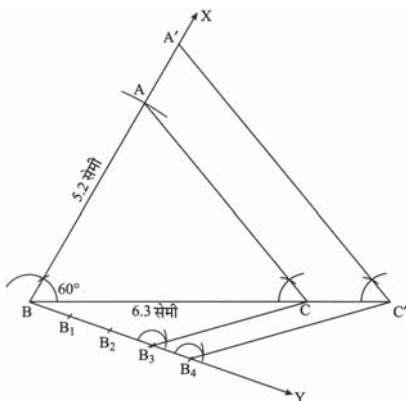
22. एक त्रिभुज ABC की रचना कीजिए जिसमें $BC = 6.3$ सेमी., $AB = 5.2$ सेमी. और $\angle ABC = 60^\circ$ है। एक दूसरा त्रिभुज बनाइए जिसकी भुजाएँ ΔABC की संगत भुजाओं की $\frac{4}{3}$ गुनी हों। (3)

उत्तर :

रचना के चरण-

1. एक रेखाखण्ड $BC = 6.3$ सेमी. खींचिए।
2. B पर $\angle CBX = 60^\circ$ बनाइए।
3. B को केन्द्र और त्रिज्या 5.2 सेमी. लेकर एक चाप लगाइए जोकि BX को A पर काटता है।
4. AC को मिलाइए। तब ABC अभीष्ट त्रिभुज है।
5. BC के साथ शीर्ष A की विपरीत दिशा में न्यूनकोण बनाती एक किरण BY खींचिए।
6. BY पर चार बिंदु ($\frac{4}{3}$ में 4 और 3 में बड़ा) B_1, B_2, B_3 तथा B_4 इस प्रकार अंकित कीजिए कि $BB_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4$
7. तीसरे बिंदु B_3 (तीसरा बिन्दु क्योंकि $4/3$ में छोटा 3 ही है) को C से मिलाइए। B_4 से B_3C के समांतर एक रेखा खींचिए जो कि बढ़ाने पर BC को C' पर प्रतिच्छेदित करती है।
8. C' में से CA के समान्तर एक रेखा खींचिए जो बढ़ाए गए रेखाखंड BA को A' पर काटती है।

इस प्रकार प्राप्त त्रिभुज $A'BC'$ अभीष्ट त्रिभुज है।

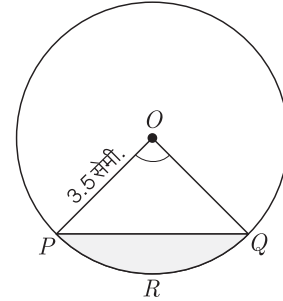


23. 3.5 सेमी. त्रिज्या के वृत्त में एक जीवा द्वारा केन्द्र पर अन्तरित कोण 90° है। इस जीवा द्वारा बने लघु वृत्तखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
($\pi = \frac{22}{7}$) (3)

उत्तर :

$$\begin{aligned} \text{त्रिज्यखण्ड } OPRQ \text{ का क्षेत्रफल} &= \frac{\pi r^2 \theta}{360} \\ &= \frac{22 \times 3.5 \times 3.5 \times 90}{7 \times 360} \\ &= 9.62 \text{ वर्ग सेमी.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta POQ \text{ का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} \times OP \times OQ \\ &= \frac{1}{2} \times 3.5 \times 3.5 \\ &= 6.125 \text{ वर्ग सेमी.} \end{aligned}$$



\therefore लघु वृत्तखण्ड PRQ का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} &= \text{त्रिज्यखण्ड } OPRQ \text{ का क्षेत्रफल} \\ &\quad - \Delta POQ \text{ का क्षेत्रफल} \\ &= (9.62 - 6.125) = 3.5 \text{ वर्ग सेमी.} \end{aligned}$$

24. 10 सेमी. त्रिज्या के धातु के गोले से समान त्रिज्या के 8 गोले बनाये जाते हैं। इस प्रकार बने प्रत्येक गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (3)

उत्तर :

माना धातु के बड़े गोले की त्रिज्या $r = 10$ सेमी. है तथा छोटे गोले की त्रिज्या r है।

\therefore धातु के बड़े गोले का आयतन = 8 \times छोटे गोले का आयतन

$$\frac{4}{3} \pi r^3 = 8 \times \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$r^3 = 8 \times r^3$$

$$\frac{10^3}{8} = r^3$$

$$r^3 = \frac{10^3}{8}$$

$$r^3 = \frac{10^3}{2^3}$$

$$r = \frac{10}{2} = 5 \text{ सेमी.}$$

अतः समान त्रिज्या वाले आठों गोलों में प्रत्येक का पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= 4\pi r^2 \text{ सेमी.}^2$$

$$\begin{aligned}
&= 4 \times \frac{22}{7} \times 5 \times 5 \text{ सेमी.}^2 \\
&= 4 \times 3.14 \times 5 \times 5 \text{ सेमी.}^2 \\
&= 314 \text{ सेमी.}^2
\end{aligned}$$

25. टिकटों पर 10 से 60 तक की संख्याएँ अंकित हैं। एक टिकट यादृच्छया निकाला जाता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि टिकट पर- (3)

- 22 से 38 तक की संख्या है।
- एक अभाज्य संख्या है।
- 3 से विभाज्य संख्या है।

उत्तर :

22 से 38 तक टिकटों की संख्या = 17

- कुल अनुकूल अवसर = 17 (22 से 38)
और सभी सम्भव परिणामों की संख्या = 51 (10 से 60)

$$\therefore \text{अभीष्ट प्रायिकता} = \frac{17}{51} = \frac{1}{3}$$

- 10 से 60 तक अभाज्य संख्याएँ: 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53 और 59 अर्थात् 13 संख्याएँ हैं।

$$\therefore \text{अभीष्ट प्रायिकता} = \frac{13}{51}$$

- 10 से 60 तक 3 से विभाज्य संख्याएँ: 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48, 51, 54, 57 और 60 अर्थात् 17 संख्याएँ हैं।

$$\therefore \text{अभीष्ट प्रायिकता} = \frac{17}{51} = \frac{1}{3}$$

भाग-द

26. निम्न समीकरणों का आलेख विधि से हल ज्ञात कीजिए- (6)

$$4x + 6y = 18$$

$$2x + 3y = 9$$

उत्तर :

दिये गये समीकरण निकाय हैं-

$$4x + 6y = 18 \quad \dots(1)$$

$$2x + 3y = 9 \quad \dots(2)$$

समीकरण (1) में $x = 0$ रखने पर

$$4 \times 0 + 6y = 18$$

$$\text{या} \quad 0 + 6y = 18$$

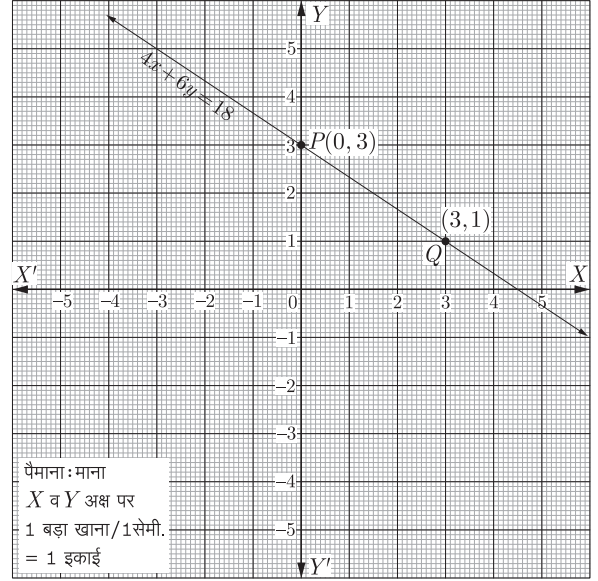
$$\text{या} \quad 6y = 18 \text{ या } y = 3$$

$x = 3$ रखने पर

$$4 \times 3 + 6y = 18$$

$$\Rightarrow 12 + 6y = 18$$

$$\Rightarrow 6y = 18 - 12 = 6$$



$$y = \frac{6}{6} = 1$$

अतः बिन्दु सारणी निम्न प्रकार प्राप्त होती है-

x	0	3
y	3	1

समीकरण (2) के लिए $x = 0$ पर

$$2 \times 0 + 3y = 9$$

$$\text{या} \quad 0 + 3y = 9$$

$$\text{या} \quad 3y = 9$$

$$\therefore y = \frac{9}{3} = 3$$

तथा $x = 3$ पर

$$2 \times 3 + 3y = 9$$

$$\text{या} \quad 6 + 3y = 9$$

$$\text{या} \quad 3y = 9 - 6 = 3$$

$$\therefore y = \frac{3}{3} = 1$$

इस प्रकार समीकरण (2) के लिए सारणी प्राप्त हुई-

x	0	3
y	3	1

अब उपरोक्त सारणियों से प्राप्त बिन्दुओं का ग्राफ पेपर पर आलेखन करते हैं एवं इस प्रकार प्राप्त रेखाओं का ग्राफ आलेख प्राप्त करते हैं। उपरोक्त ग्राफ (आलेख) में दोनों रेखायें एक-दूसरे को ढके हुए हैं अर्थात् दोनों रेखायें सम्पाती हैं। स्पष्ट है दोनों समीकरण तुल्य रेखाओं को प्रदर्शित करते हैं।

27. सिद्ध कीजिये।

(3+3)

$$1. \frac{1}{1 + \sin \theta} + \frac{1}{1 - \sin \theta} = 2 \sec^2 \theta$$

$$2. \left(\frac{1 + \tan^2 A}{1 + \cot^2 A} \right) = \left(\frac{1 - \tan A}{1 - \cot A} \right)^2 = \tan^2 A$$

उत्तर :

$$(1) \text{ L.H.S.} = \frac{1}{1 + \sin \theta} + \frac{1}{1 - \sin \theta}$$

$$= \frac{1 - \sin \theta + 1 + \sin \theta}{(1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta)}$$

$$= \frac{2}{1 - \sin^2 \theta}$$

$$= \frac{2}{\cos^2 \theta} = 2 \sec^2 \theta$$

$$= \text{R.H.S.}$$

इतिसिद्धम्

$$(2) \text{ L.H.S.} = \frac{1 + \tan^2 A}{1 + \cot^2 A}$$

$$\frac{\sec^2 A}{\text{cosec}^2 A} = \frac{1/\cos^2 A}{1/\sin^2 A} \quad [\because 1 + \tan^2 A = \sec^2 A]$$

$$[1 + \cot^2 A = \text{cosec}^2 A]$$

$$= \frac{\sin^2 A}{\cos^2 A} = \tan^2 A = \text{R.H.S.}$$

पुनः

$$\left(\frac{1 - \tan A}{1 - \cot A} \right)^2$$

$$= \left(\frac{1 - \sin A / \cos A}{1 - \cos A / \sin A} \right)^2$$

$$= \left[\frac{(\cos A - \sin A) \sin A}{\cos A (\sin A - \cos A)} \right]^2$$

$$= \frac{\sin^2 A (\cos A - \sin A)^2}{\cos^2 A (\sin A - \cos A)^2}$$

$$= \frac{\sin^2 A (\cos A - \sin A)^2}{\cos^2 A (\cos A - \sin A)^2}$$

$$= \frac{\sin^2 A}{\cos^2 A} = \tan^2 A = \text{R.H.S.}$$

अथवा

27. 1. सिद्ध कीजिए कि- (3+3)

$$\sin \theta (1 + \tan \theta) + \cos \theta (1 + \cot \theta) = \text{cosec} \theta + \sec \theta$$

2. यदि A, B और C त्रिभुज ABC के अन्तःकोण हों, तो दिखाइए कि-

$$\sin \frac{(B+C)}{2} = \cos \frac{A}{2}$$

उत्तर :

$$1. \text{ L.H.S.} = \sin \theta (1 + \tan \theta) + \cos \theta (1 + \cot \theta)$$

$$= \sin \theta \left(1 + \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \right) + \cos \theta \left(1 + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \right)$$

$$= \sin \theta \left(\frac{\cos \theta + \sin \theta}{\cos \theta} \right) + \cos \theta \left(\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta} \right)$$

$$= (\sin \theta + \cos \theta) \left[\frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \right]$$

$$= (\sin \theta + \cos \theta) \left[\frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta} \right]$$

$$= \frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta \cos \theta}$$

$$= \frac{\sin \theta}{\sin \theta \cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta \cos \theta}$$

$$= \sec \theta + \text{cosec} \theta = \text{R.H.S.}$$

2. यदि A, B और C त्रिभुज ABC के अन्तःकोण हैं तो त्रिभुज के तीनों अन्तःकोणों का योग

$$A + B + C = 180^\circ$$

$$B + C = 180^\circ - A$$

$$\frac{B+C}{2} = \frac{180^\circ - A}{2}$$

$$\frac{B+C}{2} = 90^\circ - \frac{A}{2}$$

दोनों ओर \sin अनुपात लेने पर,

$$\sin \left(\frac{B+C}{2} \right) = \sin \left(90^\circ - \frac{A}{2} \right)$$

$$\sin \left(\frac{B+C}{2} \right) = \cos \frac{A}{2}$$

$$\left[\because \sin \left(90 - \frac{A}{2} \right) = \cos \frac{A}{2} \right]$$

अतः $\sin \left(\frac{B+C}{2} \right) = \cos \frac{A}{2}$ इतिसिद्धम्

28. 1. उस त्रिभुज की माधिकाओं की लम्बाइयाँ ज्ञात कीजिए, जिसके शीर्ष $(1, -1)$, $(0, 4)$ तथा $(-5, 3)$ हैं। (3)

2. यदि बिन्दु $P(3, 5)$ बिन्दुओं $A(-2, 3)$ और B को मिलाने वाले रेखाखण्ड को 4:7 के अनुपात में अन्तः विभाजित करता है, तो B के निर्देशांक ज्ञात कीजिए। (3)

उत्तर :

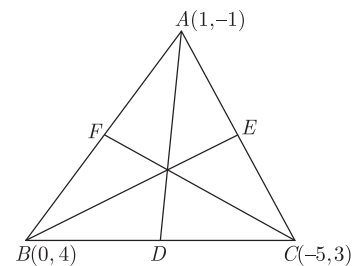
1. BC के मध्य बिन्दु D के निर्देशांक

$$= \left[\frac{0-5}{2}, \frac{4+3}{2} \right] = \left(-\frac{5}{2}, \frac{7}{2} \right)$$

AC के मध्य बिन्दु E के निर्देशांक

$$= \left[\frac{1-5}{2}, \frac{-1+3}{2} \right]$$

$$= \left(-\frac{4}{2}, \frac{2}{2} \right) = (-2, 1)$$



AB के मध्य बिन्दु F के निर्देशांक

$$= \left[\frac{1+0}{2}, \frac{-1+4}{2} \right] = \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right)$$

$$\therefore \text{ माधिका } AD = \sqrt{\left(1 + \frac{5}{2} \right)^2 + \left(-1 - \frac{7}{2} \right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{7}{2} \right)^2 + \left(-\frac{9}{2} \right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{49}{4} + \frac{81}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{130}{4}} = \frac{\sqrt{130}}{2}$$

$$\text{माधिका } CF = \sqrt{\left(-5 - \frac{1}{2} \right)^2 + \left(3 - \frac{3}{2} \right)^2}$$

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{\left(-\frac{11}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} \\
 &= \sqrt{\frac{121}{4} + \frac{9}{4}} \\
 &= \sqrt{\frac{130}{4}} = \frac{\sqrt{130}}{2}
 \end{aligned}$$

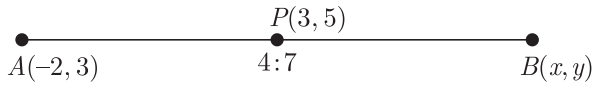
अतः माधिकाओं की लम्बाइयाँ $\frac{\sqrt{130}}{2}$, $\sqrt{13}$ और $\frac{\sqrt{130}}{2}$ होंगी।

2. माना बिन्दु B के निर्देशांक $B(x, y)$ हैं। ये अन्तः विभाजित होते हैं।

दिया है- $AP : BP = 4 : 7$

अतः $x = \frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}$

तथा $y = \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}$



$\therefore 3 = \frac{4 \times x + 7 \times -2}{4 + 7}$

$\Rightarrow 3 = \frac{4x - 14}{11}$

या $4x - 14 = 33$

$4x = 33 + 14$

$4x = 47$

$x = \frac{47}{4}$

तथा $5 = \frac{4 \times y + 7 \times 3}{4 + 7}$

$5 = \frac{4y + 21}{11}$

$4y + 21 = 55$

$4y = 55 - 21 = 34$

$y = \frac{34}{4} = \frac{17}{2}$

\therefore बिन्दु B के निर्देशांक $\left(\frac{47}{4}, \frac{17}{2}\right)$ हैं।

29. सिद्ध करो कि यदि दो त्रिभुजों में कोई संगत दो भुजाएँ परस्पर समानुपाती हों तथा उनके मध्य के कोण बराबर हों तो दोनों त्रिभुज समरूप होते हैं।

(6)

उत्तर :

दिया है- ΔABC में ΔDEF में $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$ एवं $\angle A = \angle D$ है।

सिद्ध करना है- $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

रचना- ΔDEF में $AB = DP$, $AC = DQ$ क्रमशः DE एवं DF में से काटिए तथा P व Q को मिलाइए।

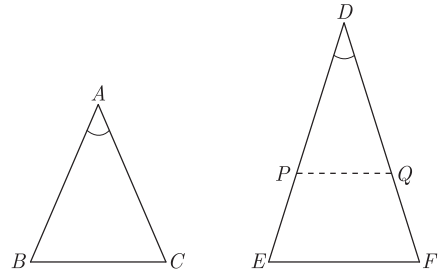
उपपत्ति- ΔABC एवं ΔDPQ में

$AB = DP$, $\angle A = \angle D$ तथा $AC = DQ$ (रचना द्वारा)

अतः सर्वांगसमता के SAS नियम से

$\Delta ABC \cong \Delta DPQ$... (1)

अब $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$ (दिया हुआ है)



$\Rightarrow \frac{DP}{DE} = \frac{DQ}{DF}$ (रचना से $AB = DP$ एवं $AC = DQ$)

$\Rightarrow PQ \parallel EF$ (थेल्स प्रमेय के विलोम द्वारा)

$\Rightarrow \angle DPQ = \angle E$ एवं $\angle DQP = \angle F$ (संगत कोण)

इसी प्रकार AA समरूपता नियम से

$\Delta DPQ \sim \Delta DEF$

(1) व (2) से,

$\Delta ABC \cong \Delta DPQ$ तथा $\Delta DPQ \sim \Delta DEF$

$\Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta DPQ$ तथा $\Delta DPQ \sim \Delta DEF$

(सर्वांगसम त्रिभुज समरूप होते हैं)

$\Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta DEF$

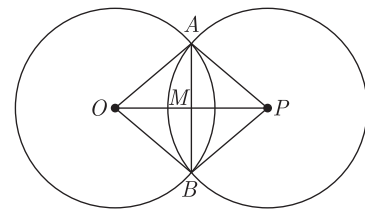
इतिसिद्धम्

अथवा

29. यदि दो वृत्त, एक-दूसरे को दो बिन्दुओं पर प्रतिच्छेदित करते हों, तो सिद्ध कीजिए कि उनके केन्द्रों को मिलाने वाली रेखा उनकी उभयनिष्ठ जीवा का लम्ब समद्विभाजक होती है। (6)

उत्तर :

दिया है- आकृति में दो वृत्त, जिनके केन्द्र क्रमशः O एवं P हैं, जो A और B बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करते हैं।



सिद्ध करना है- OP , जीवा AB का लम्बसमद्विभाजक है।

रचना- OA, OB, PA और PB को मिलाया।

उपपत्ति- ΔOAP और ΔOBP में,

$AO = OB$ (एक ही वृत्त की त्रिज्याएँ)

$PA = PB$ (एक ही वृत्त की त्रिज्याएँ)

$OP = OP$ (उभयनिष्ठ)

$\Delta OAP \cong \Delta OBP$ (SSS से)

अतः सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत कोण बराबर होंगे।

$$\angle AOP = \angle BOP$$

$$\text{या } \angle AOM = \angle BOM \quad \dots(1)$$

अब ΔAOM और ΔBOM में

$$OA = OB \quad (\text{एक ही वृत्त की त्रिज्याएँ हैं})$$

$$\angle AOM = \angle BOM \quad (\text{समीकरण (1) से})$$

$$OM = OM \quad (\text{उभयनिष्ठ})$$

$$\Delta AOM \cong \Delta BOM \quad (\text{SAS से})$$

अतः सर्वांगसम त्रिभुजों की संगत भुजाएँ एवं कोण समान होंगे।

$$\text{अर्थात् } AM = BM \quad \dots(2)$$

$$\text{और } \angle AMO = \angle BMO \quad \dots(3)$$

$$\text{परन्तु } \angle AMO + \angle BMO = 180^\circ$$

$$\text{या } \angle AMO = \angle BMO = 90^\circ \dots(4)$$

समीकरण (2) और (4) से

OP जीवा, AB का लम्ब समद्विभाजक है। इतिसिद्धम्

30. यदि नीचे दिये गये बंटन का माध्य 50 हो तो x व y के मान ज्ञात करें-

वर्ग-अन्तराल	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100	योग
बारम्बारता	17	x	32	y	19	120

उत्तर :

वर्ग-अन्तराल	बारम्बारता (f)	मध्यमान x	fx
0-20	17	10	170
20-40	x	30	$30x$
40-60	32	50	1600
60-80	y	70	$70y$
80-100	19	90	1710
योग	120		$3480 + 30x + 70y$

सत्र 2020-21 से नये पाठ्यक्रमानुसार सभी कक्षाओं के सभी विषयों की टेक्स्ट बुक एवं सभी प्रकार की सहायक अध्ययन सामग्री विद्यार्थियों को मोबाइल पर व्हाट्सएप द्वारा एवं वेबसाइट www.rbse.online पर उपलब्ध करवायी जाएगी। इसके लिये विद्यार्थियों से किसी भी प्रकार का कोई शुल्क नहीं लिया जाएगा। इसके लिये विद्यार्थियों को किसी भी प्रकार का कोई OTP Verification या Email द्वारा Verification नहीं देना होगा। हमारा व्हाट्सएप नम्बर जानने या अन्य किसी भी प्रकार की जानकारी के लिये वेबसाइट www.rbse.online पर विजिट करें।

$$\text{दिया है- } \Sigma f = 68 + x + y$$

$$\Sigma f = 120$$

$$68 + x + y = 120$$

$$x + y = 120 - 68$$

$$x + y = 52 \quad \dots(1)$$

$$\text{माध्य} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$$

$$50 = \frac{3480 + 30x + 70y}{120}$$

$$\text{या } 3480 + 30x + 70y = 6000$$

$$30x + 70y = 6000 - 3480$$

$$30x + 70y = 2520$$

$$3x + 7y = 252 \quad \dots(2)$$

समीकरण (1) को 3 से गुणा करने पर,

$$3x + 3y = 156 \quad \dots(3)$$

(2) में से (3) को घटाने पर,

$$3x + 7y = 252$$

$$3x + 3y = 156$$

$$\begin{array}{r} - - \\ 4y = 96 \end{array}$$

$$3x + 4(2x) = 0$$

$$y = \frac{96}{4}$$

$$y = 24$$

y का मान समीकरण (1) में रखने पर,

$$x + 24 = 52$$

$$x = 52 - 24$$

$$x = 28$$

अतः $x = 28$ और $y = 24$